



Arbeitsblätter
sketchometry

Arbeitsblätter sketchometry

Herausgeber

Peter Baptist & Carsten Miller

Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien/
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik

Universität Bayreuth

95440 Bayreuth

Autoren

Peter Baptist

Carsten Miller

Wolfgang Neidhardt

Layout

Carsten Miller

© 2015 · Universität Bayreuth



sketchometry.org

Arbeitsblätter sketchometry

Peter Baptist

Carsten Miller

Wolfgang Neidhardt

Arbeitsblätter sketchometry

Unterrichten mit sketchometry

Mit den vorliegenden Arbeitsblättern soll forschend-entdeckendes Lehren und Lernen im Geometrieunterricht gefördert werden. Dies geschieht unter Verwendung von Tablets oder Smartphones und der an der Forschungsstelle *Mobiles Lernen mit digitalen Medien* der Universität Bayreuth entwickelten gestengesteuerten Software sketchometry.

Wie Taschenrechner sind Tablets – sinnvoll eingesetzt – ein wertvolles Lernwerkzeug im Mathematik-Unterricht. Schülerinnen und Schüler nutzen das Tablet als elektronischen Skizzenblock. Mit dem Finger zeichnen sie Figuren, die automatisch in eine akkurate Zeichnung umgewandelt werden. Gesten ersetzen bei sketchometry die sonst bei herkömmlicher dynamischer Software üblichen Werkzeuge. Mit einem oder zwei Fingern lassen sich geometrische Objekte „anfassen“ und kontinuierlich verändern. Einzelne Punkte können dabei Spuren (Ortskurven) auf der Zeichenfläche hinterlassen. Durch dieses Visualisieren und Dynamisieren werden die Schüler und Schülerinnen in die Lage versetzt, viele Zusammenhänge selbst zu erkennen und eigene Vermutungen anzustellen.

Neue Inhalte werden bei dieser Vorgehensweise nicht als „fertiges System“ präsentiert. Die Schüler und Schülerinnen erhalten auf den Arbeitsblättern zunächst Anweisungen zur Konstruktion von Objekten, die anschließend erkundet werden. Entsprechende Arbeitsaufträge werden gegeben. Regelmäßig werden die Schülerinnen und Schüler auch aufgefordert, ihre Beobachtungen und Vermutungen aufzuschreiben und passende Skizzen anzufertigen. Bei dieser Art des Unterrichts sollen sich die Lehrkräfte möglichst zurückhalten und nur bei Bedarf eingreifen. Im Vergleich zum herkömmlichen Unterricht findet eine Rollenänderung statt. Die Lehrkräfte geben nicht mehr

überwiegend Wissen an die Schülerinnen und Schüler weiter, sondern sie ermöglichen ihnen einen möglichst eigenständigen Zugang zum Wissen, sie unterstützen deren Lernprozesse. Die Arbeitsblätter sollen helfen, von einem passiv-rezeptiven Unterricht zu einem aktiv-entdeckenden Lernen zu gelangen. Problemorientiertes und kooperatives Lernen sollen künftig keine Besonderheit mehr sein, sondern unterrichtlicher Alltag werden.

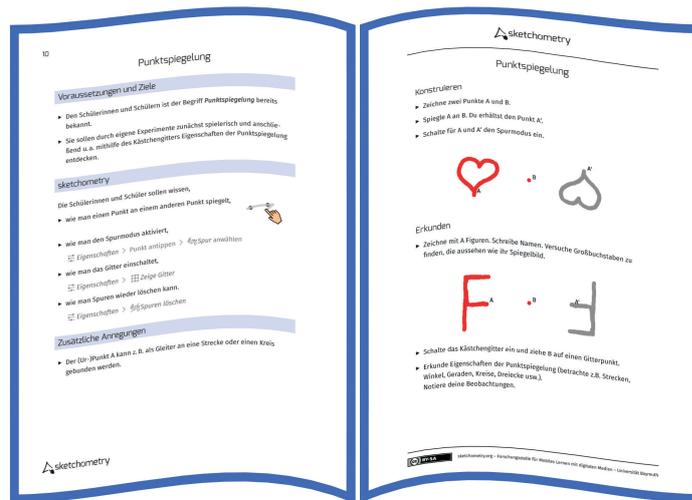
Dokumentieren im Heft oder Lerntagebuch

Die zweistufige Vorgehensweise „Konstruieren und Erkunden“ auf den Arbeitsblättern macht die Mathematik zu einem experimentellen Fach. An der erzeugten dynamischen Konfiguration wird experimentiert und beobachtet. Mit der bloßen Durchführung der „Experimente“ ist es jedoch nicht getan. Damit die gewonnenen Erkenntnisse nicht in Vergessenheit geraten, müssen die „Experimente“ und die daraus resultierenden Ergebnisse dokumentiert werden. Dies geschieht idealerweise in einem besonderen Heft, dem sog. Lerntagebuch. Dieses nutzen die Schülerinnen und Schüler um

- ▶ ihre Beobachtungen zu notieren,
- ▶ aussagekräftige Figuren zu skizzieren,
- ▶ Vermutungen zu formulieren,
- ▶ Begründungen aufzuschreiben,
- ▶ persönliche Eindrücke festzuhalten.

Um den Schülerinnen und Schülern das Dokumentieren zu erleichtern, können auch sog. Ergebnisblätter verwendet werden. Hier werden die Erkundungsaufträge nochmals formuliert und nach jedem Auftrag steht entsprechend freier Platz für eigene Aufzeichnungen und/oder Skizzen zur Verfügung. So lassen sich die Ergebnisse der einzelnen Aufträge strukturiert aufschreiben und somit übersichtlicher darstellen.

Aufbau der Arbeitsblätter

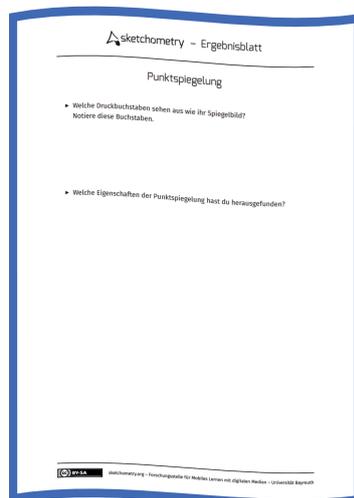


Informationsblatt für Lehrkräfte

- ▶ Voraussetzungen und Ziele
- ▶ Erforderliche Hinweise zu sketchometry
- ▶ Zusätzliche thematische Anregungen

Schülerarbeitsblatt als Kopiervorlage

- ▶ Anweisungen zum Konstruieren
- ▶ Aufträge zum Experimentieren und Erkunden

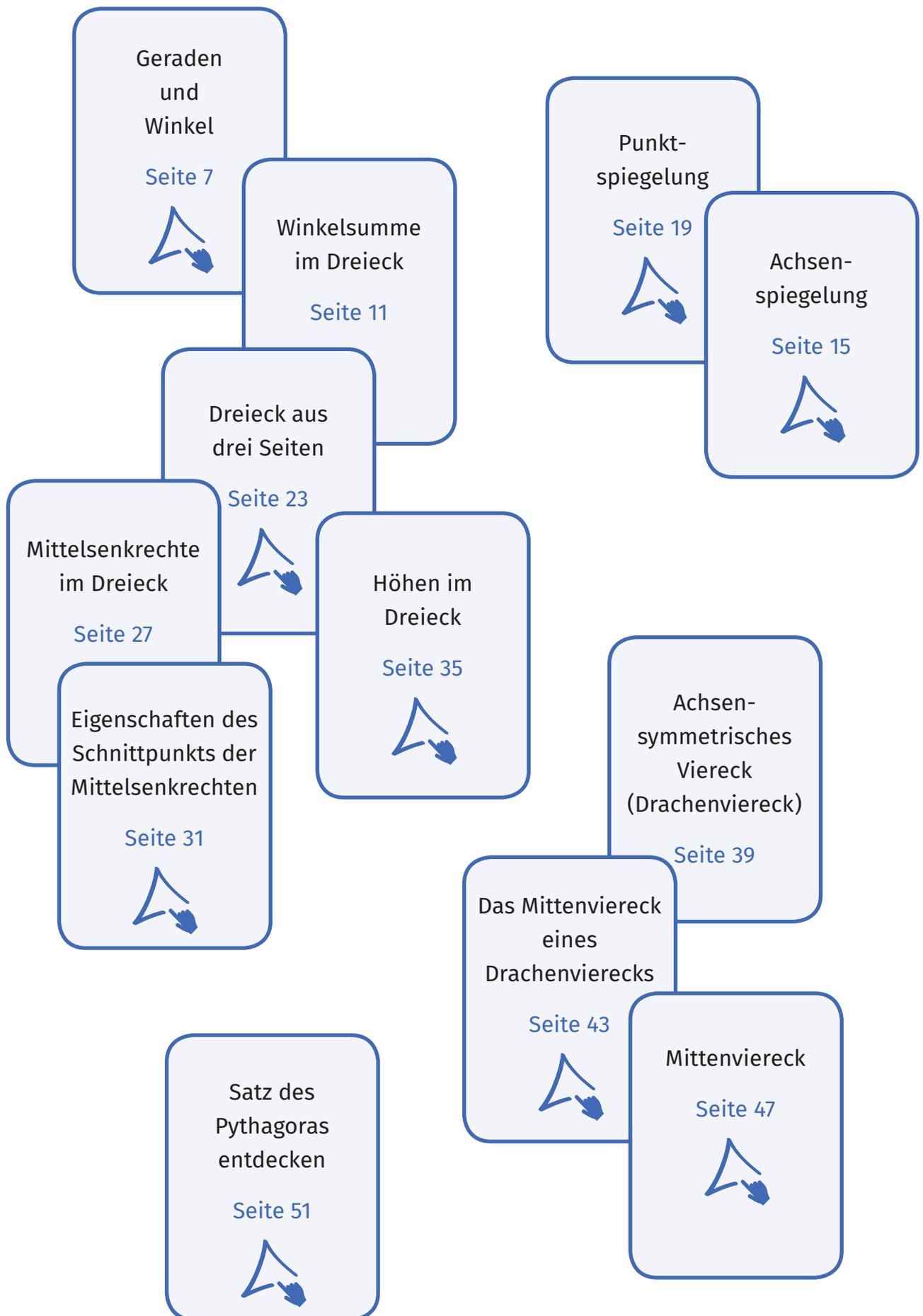


Ergebnisblatt als Kopiervorlage

- ▶ Aufträge zum Experimentieren und Erkunden
- ▶ Möglichkeit für eigene Aufzeichnungen

Download

Die einzelnen Arbeits- und Ergebnisblätter stehen als PDF-Dateien auf sketchometry.org im Bereich *Download* zur Verfügung.



Gründe für den Einsatz der Arbeitsblätter mit sketchometry

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler müssen aktiv sein.
- ▶ Selbständiges Arbeiten wird gefördert.
- ▶ Die Schülerinnen und Schüler bestimmen ihr Lerntempo weitgehend selbst.
- ▶ Die experimentelle Vorgehensweise weckt Neugier.
- ▶ Das Bewegen und Verändern von Figuren führt zu neuen Sichtweisen.
- ▶ Das Visualisieren und Dynamisieren fördert das Verständnis geometrischer Zusammenhänge.



Geraden und Winkel

Geraden und Winkel

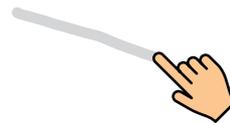
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler wissen, wie Winkel gemessen werden.
- ▶ Sie sollen experimentell erkunden, welche Winkelmaße an parallelen Geraden gleich sind und welche sich zu 180° ergänzen.
- ▶ Begriffe wie *Stufen-*, *Wechsel-*, *Scheitel-* oder *Nebenwinkel* bzw. *Z-Winkel* und *F-Winkel* werden vorbereitet.

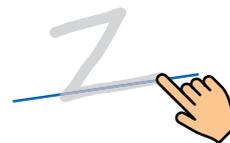
sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man eine Gerade zeichnet,



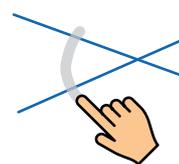
- ▶ wie man zu einer Geraden eine Parallele erzeugt,



- ▶ wie man eine freie Gerade dreht,



- ▶ wie man Winkel einzeichnet,

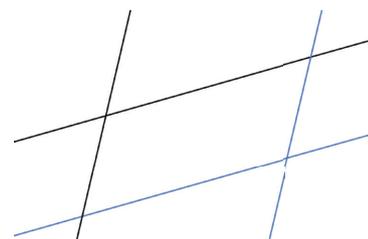


- ▶ wie Winkel gemessen werden.

 *Messen* > Winkel antippen > Zeichenfläche (an einer freien Stelle) antippen, um die Messung zu platzieren.

Zusätzliche Anregungen

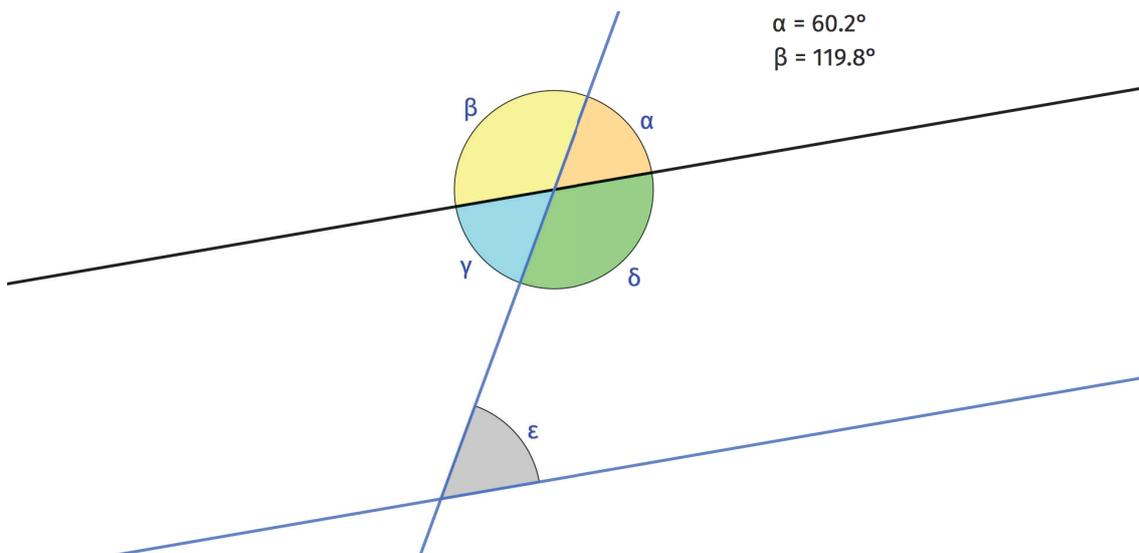
- ▶ Zeichne zu der Geraden, die die beiden parallelen Geraden schneidet, ebenfalls eine parallele Gerade und untersuche die Winkel.



Geraden und Winkel

Konstruieren

- ▶ Zeichne eine Gerade und eine dazu parallele Gerade.
- ▶ Erzeuge eine dritte Gerade, die die beiden anderen Geraden schneidet.
- ▶ Markiere die entstandenen Winkel und miss diese.



Erkunden

- ▶ Manche Winkel stimmen im Maß überein. Beschreibe ihre Lage zueinander.
- ▶ Verändere die Lage der Geraden, die die beiden parallelen Geraden schneidet. Beobachte erneut die Winkelmaße. Notiere eine Vermutung.
- ▶ Verändere den Abstand der beiden parallelen Geraden zueinander und beobachte die Winkelmaße.
- ▶ In der Geometrie werden zwei Winkel, die eine besondere Lage zueinander haben, mit speziellen Begriffen bezeichnet. Das sind bei parallelen Geraden z. B. die Begriffe *Stufenwinkel*, *Wechselwinkel*, *Z-Winkel*, *F-Winkel* oder auch *Nebenwinkel* und *Scheitelwinkel*. Versuche jeweils zwei Winkel zu finden, die zu einem der Begriffe passen und begründe deine Entscheidung.

Geraden und Winkel

- ▶ Welche Winkel der Geradenkreuzung sind gleich groß?
Beschreibe ihre Lage zueinander.

- ▶ Verschiebe und drehe die Gerade, die die beiden parallelen Geraden schneidet. Verändere den Abstand der beiden parallelen Geraden.
Welche Winkel sind gleich groß?

- ▶ Zwei Winkel, die eine besondere Lage zueinander haben, erhalten spezielle Namen: Stufenwinkel, Wechselwinkel, Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Z-Winkel, F-Winkel.
Welche zwei Winkel bei deiner Geradenkreuzung passen jeweils zu den genannten Begriffen? Begründe deine Entscheidungen.



Winkelsumme im Dreieck

Winkelsumme im Dreieck

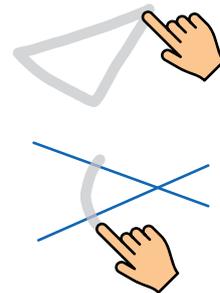
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler kennen die Begriffe *Dreieck* und *(Innen-)Winkel*.
- ▶ Sie sollen an einer dynamischen Konstruktion erkennen, dass die Summe der (Innen-)Winkel eines Dreiecks immer 180° beträgt.
- ▶ Sie sollen mithilfe von Wechselwinkeln die Aussage über die Winkelsumme begründen.

sketchometry

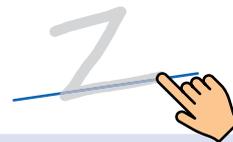
Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man ein Dreieck zeichnet,
- ▶ wie man Winkel markiert,
- ▶ wie man Winkel bzw. die Summe von Winkeln misst,



 *Messen* > (mehrere) Winkel antippen > Zeichenfläche (an einer freien Stelle) antippen, um die Messung zu platzieren.

- ▶ wie man die Parallele zu einer Strecke zeichnet.



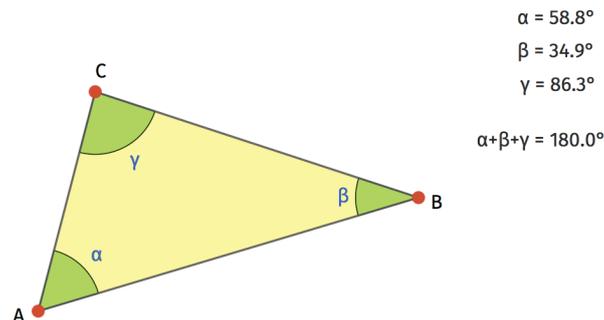
Zusätzliche Anregungen

- ▶ Winkelsumme im Viereck: Analoge Vorgehensweise wie beim Dreieck. Begründung durch Zurückführen auf einen bekannten Fall: Ein Viereck wird mithilfe einer Diagonalen in zwei Dreiecke aufgeteilt.

Winkelsumme im Dreieck

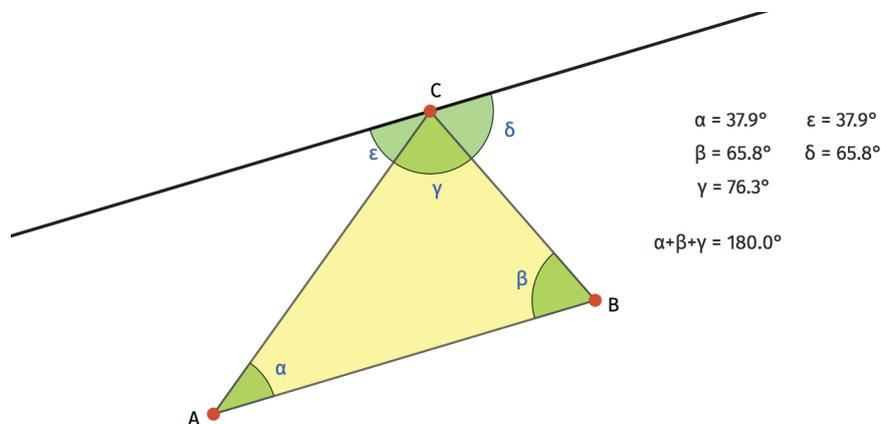
Konstruieren

- ▶ Zeichne das Dreieck ABC und markiere die Winkel an den drei Eckpunkten.
- ▶ Miss die Winkel sowie die Summe der Winkel und platziere die Winkelmaße auf der Zeichenebene.



Erkunden

- ▶ Verändere die Form des Dreiecks durch Ziehen an einem der Eckpunkte und beobachte die Winkelmaße.
- ▶ Schreibe eine Vermutung über die Winkelsumme im Dreieck auf.
- ▶ Zur Begründung deiner Vermutung:
Zeichne eine Parallele zu [AB] durch C und markiere die auftretenden Wechselwinkel.
Schreibe eine Begründung auf.



Winkelsumme im Dreieck

- ▶ Verändere die Form des Dreiecks durch Ziehen an einem der Eckpunkte und beobachte die Winkelmaße.
Was stellst du fest?

- ▶ Formuliere eine Vermutung über die Winkelsumme im Dreieck.

- ▶ Begründe deine Vermutung (mit Skizze).
Orientiere dich an der Zeichnung auf dem Arbeitsblatt.



Achsen Spiegelung

Achsen Spiegelung

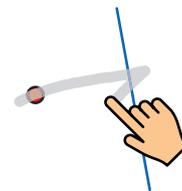
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Den Schülerinnen und Schülern ist der Begriff *Achsen Spiegelung* bereits bekannt.
- ▶ Sie sollen durch eigene Experimente zunächst spielerisch und anschließend u. a. mithilfe des Kästchengitters Eigenschaften der Achsen Spiegelung entdecken (z. B. Strecken-, Winkel-, Längen-, Kreistreue, Umkehrung des Umlaufsinnns).

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

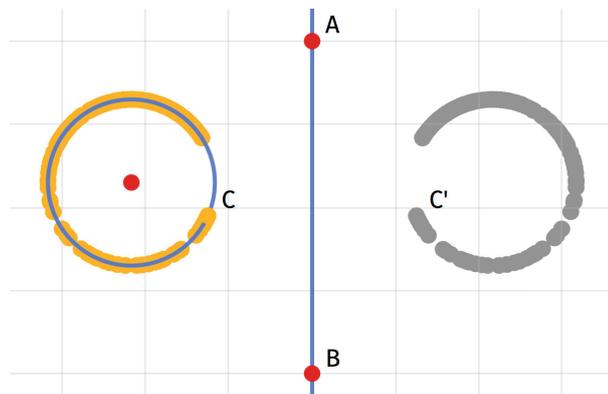
- ▶ wie man einen Punkt an einer Geraden spiegelt,
- ▶ wie man den Spurmodus aktiviert,
 ↳ *Eigenschaften* > Punkt antippen > Spur anwählen
- ▶ wie das Gitter eingeschaltet wird,
 ↳ *Eigenschaften* > Zeige Gitter
- ▶ wie man Spuren wieder löschen kann.
 ↳ *Eigenschaften* > Spuren löschen



Zusätzliche Anregungen

- ▶ Der (Ur-)Punkt C kann z. B. als Gleiter an eine Strecke, eine Gerade oder einen Kreis gebunden werden.
- ▶ Sinnvoll sind auch Messungen mit dem sketchometry-Linieal.

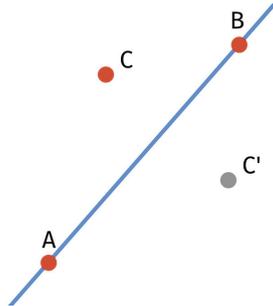
... Mehr >  Lineal



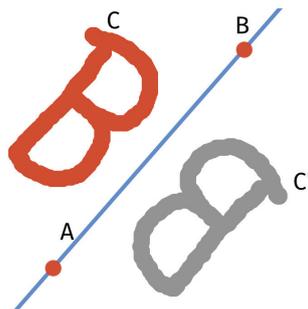
Achsen Spiegelung

Konstruieren

- ▶ Zeichne zwei Punkte A und B sowie eine Gerade durch A und B.
- ▶ Zeichne einen weiteren freien Punkt C und spiegle ihn an der Geraden. Du erhältst C'.

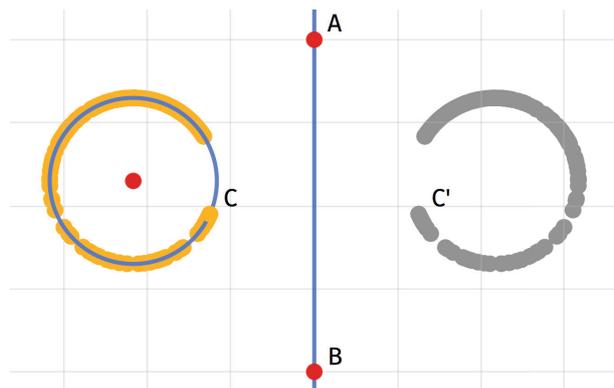


- ▶ Schalte für C und C' den Spurmodus ein.



Erkunden

- ▶ Zeichne mit C Figuren. Schreibe Namen. Versuche Großbuchstaben zu finden, die aussehen wie ihr Spiegelbild.
- ▶ Schalte das Kästchengitter ein und stelle die Gerade (Spiegelachse) senkrecht.
- ▶ Erkunde Eigenschaften der Achsen Spiegelung. (Betrachte z. B. Strecken, Winkel, Geraden, Kreise, Dreiecke usw.)
- ▶ Notiere deine Beobachtungen.





Punktspiegelung

Punktspiegelung

Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Den Schülerinnen und Schülern ist der Begriff *Punktspiegelung* bereits bekannt.
- ▶ Sie sollen durch eigene Experimente zunächst spielerisch und anschließend u. a. mithilfe des Kästchengitters Eigenschaften der Punktspiegelung entdecken.

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man einen Punkt an einem anderen Punkt spiegelt, 
- ▶ wie man den Spurmodus aktiviert,
 - ☰ Eigenschaften > Punkt antippen > ☰ Spur anwählen
- ▶ wie man das Gitter einschaltet,
 - ☰ Eigenschaften > ☰ Zeige Gitter
- ▶ wie man Spuren wieder löschen kann.
 - ☰ Eigenschaften > ☰ Spuren löschen

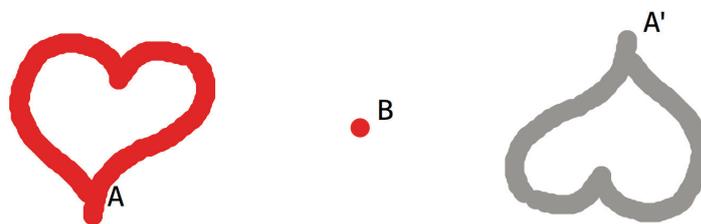
Zusätzliche Anregungen

- ▶ Der (Ur-)Punkt A kann z. B. als Gleiter an eine Strecke oder einen Kreis gebunden werden.

Punktspiegelung

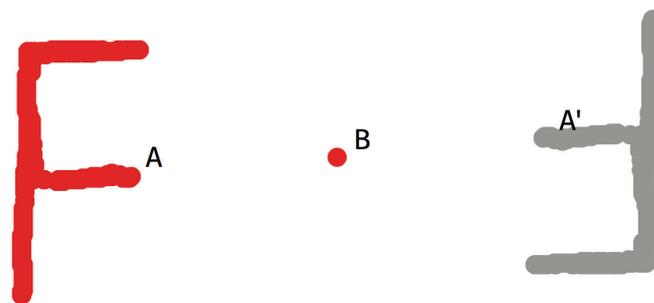
Konstruieren

- ▶ Zeichne zwei Punkte A und B.
- ▶ Spiegle A an B. Du erhältst den Punkt A'.
- ▶ Schalte für A und A' den Spurmodus ein.



Erkunden

- ▶ Zeichne mit A Figuren. Schreibe Namen. Versuche Großbuchstaben zu finden, die aussehen wie ihr Spiegelbild.



- ▶ Schalte das Kästchengitter ein und ziehe B auf einen Gitterpunkt.
- ▶ Erkunde Eigenschaften der Punktspiegelung (betrachte z.B. Strecken, Winkel, Geraden, Kreise, Dreiecke usw.).
Notiere deine Beobachtungen.



Dreieck aus drei Seiten

Dreieck aus drei Seiten

Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler können bereits Dreiecke aus deren drei Seiten konstruieren.
- ▶ Sie sollen erkennen, dass man aus drei gegebenen Strecken nicht immer ein Dreieck konstruieren kann.
- ▶ Sie sollen experimentell erkunden, welche Bedingung die drei Strecken erfüllen müssen, damit ein Dreieck entstehen kann (Dreiecksungleichung).

sketchometry

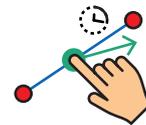
Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man Strecken unterschiedlich einfärbt,

 *Eigenschaften* > Strecke antippen >  *Linienfarbe* auswählen

- ▶ wie man Streckenlängen abträgt,

(siehe auch sketchometry-Dokumentation)



- ▶ wie man Objekte versteckt,

 *Verstecken* > Objekt antippen (z. B. Kreislinie)

- ▶ wie man mit dem sketchometry-Lineal Streckenlängen misst.

... *Mehr* >  *Lineal* > Zeichenfläche antippen > Linealenden auf Punkte ziehen

Zusätzliche Anregungen

- ▶ Was passiert, wenn zwei bzw. drei der gegebenen Strecken gleichlang sind?
- ▶ Warum erhält man bei dieser Konstruktion zwei Dreiecke?

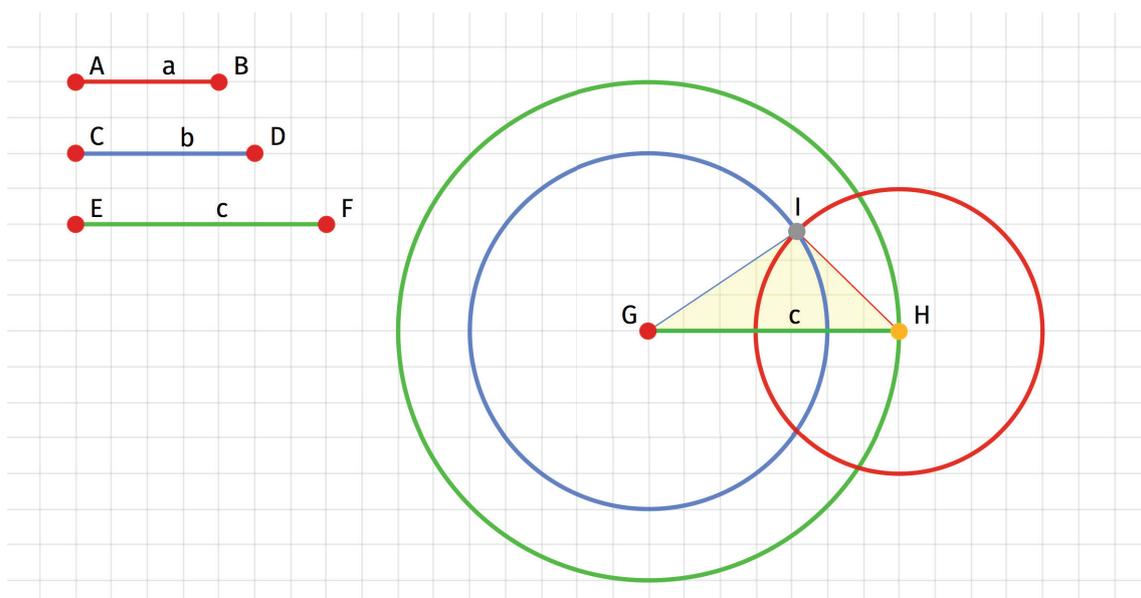
Dreieck aus drei Seiten

Konstruieren

- ▶ Zeichne die drei Strecken $[AB]$, $[CD]$, $[EF]$
- ▶ Konstruiere das Dreieck GHI , das die obigen Strecken als Seiten hat.

Erkunden

- ▶ Ziehe an den gegebenen Strecken, um ihre Längen zu verändern. Beobachte dabei das Dreieck. Wann verschwindet es, wann wird es wieder sichtbar?
- ▶ Überlege, wie das Verschwinden und Wiedererscheinen des Dreiecks von den Streckenlängen abhängt.
Tipp: Kästchen im Quadratgitter zählen oder sketchometry-Lineal verwenden.
Notiere deine Vermutung.
- ▶ Stelle eine Ungleichung mit den Seitenlängen a, b, c auf, die deine Beobachtung beschreibt.



Dreieck aus drei Seiten

- ▶ Bei welchen Seitenlängen verschwindet das Dreieck?
Notiere deine Beispiele.

a	b	c

- ▶ Bei welchen Seitenlängen ist das Dreieck sichtbar?
Notiere deine Beispiele.

a	b	c

- ▶ Überlege aufgrund deiner Beispiele: Welche Bedingung müssen die drei Seitenlängen erfüllen, damit ein Dreieck sichtbar ist?
Notiere deine Vermutung.

- ▶ Schreibe deine Vermutung als Ungleichung mit den Seitenlängen a, b, c auf.



Mittelsenkrechte im Dreieck

Mittelsenkrechte im Dreieck

Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler kennen den Begriff *Mittelsenkrechte*.
- ▶ Sie wissen, welche Eigenschaft die Punkte auf der Mittelsenkrechten haben.
- ▶ Sie sollen experimentell erkunden, dass sich die drei Mittelsenkrechten in einem Punkt schneiden.
- ▶ Sie sollen experimentell erkennen, dass dieser Schnittpunkt der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ist.

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

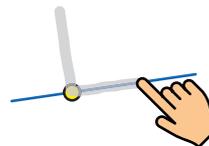
- ▶ wie man Strecken zeichnet, ▶ wie man Mittelpunkte findet,



- ▶ wie man den Einrast-Modus für Punkte einschaltet,

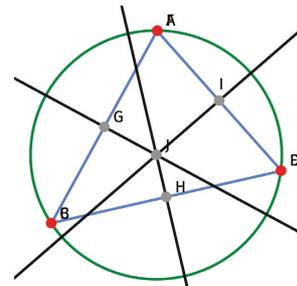
 *Eigenschaften* > ... Mehr >  *Einrasten auf Punkten*

- ▶ wie man in einem Punkt eine Senkrechte zu einer Strecke zeichnet.



Zusätzliche Anregungen

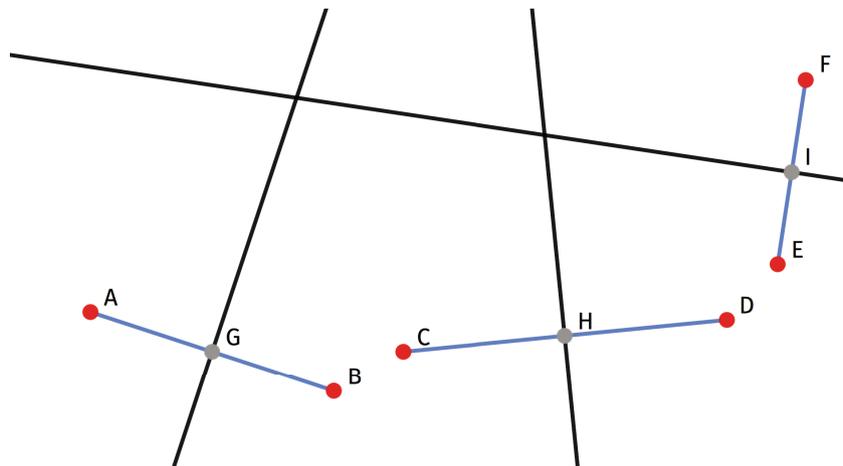
- ▶ Bevor der Streckenzug zu einem Dreieck geschlossen wird, sollte  *Einrasten auf Punkten* aktiviert werden.
- ▶ Beim Schließen des Streckenzugs erkennt man experimentell, dass sich die drei Mittelsenkrechten in einem Punkt schneiden. Zudem wird experimentell gezeigt, dass dieser Schnittpunkt der Umkreismittelpunkt ist.
- ▶ Eine mathematische Begründung für die Schnitteigenschaft der Mittelsenkrechten und den Umkreismittelpunkt sollte zusätzlich erfolgen.



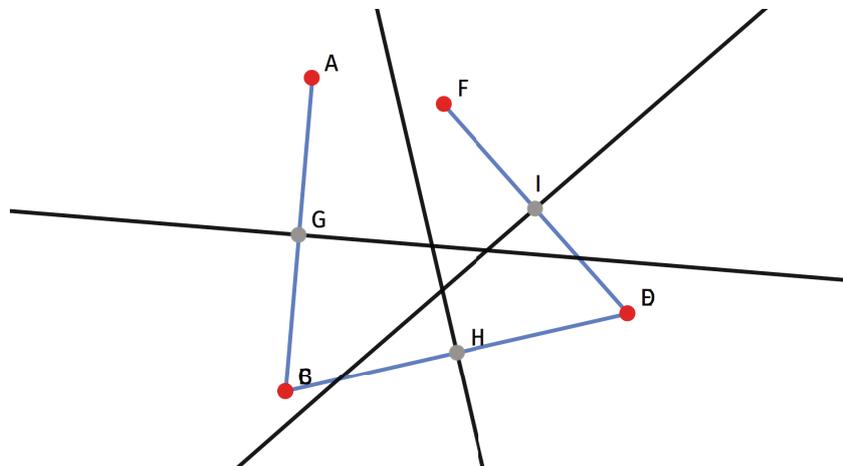
Mittelsenkrechte im Dreieck

Konstruieren

- ▶ Zeichne drei Strecken sowie die zugehörigen Mittelsenkrechten.



- ▶ „Hänge“ die drei Strecken zu einem „Streckenzug“ zusammen.



Erkunden

- ▶ Beobachte die Mittelsenkrechten, wenn du den Streckenzug zu einem Dreieck schließt. Notiere deine Beobachtung.
- ▶ Zeichne einen freien Kreis und versuche ihn so zu ziehen, dass er durch die Ecken des Dreiecks geht. Wo liegt sein Mittelpunkt jetzt? Notiere ein Ergebnis. Versuche es zu begründen.



Eigenschaften des Schnittpunkts
der Mittelsenkrechten

Eigenschaften des Schnittpunkts der Mittelsenkrechten

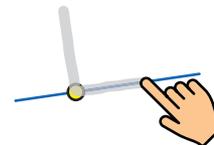
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler wissen, dass sich die drei Mittelsenkrechten in einem Punkt schneiden.
- ▶ Sie wissen, dass dieser Schnittpunkt der Umkreismittelpunkt ist.
- ▶ Sie sollen experimentell erkunden, wie die Lage des Umkreismittelpunkts von der Form des Dreiecks abhängt.

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man ein Dreieck zeichnet,
- ▶ wie man den Mittelpunkt einer Strecke findet,
- ▶ wie man die Senkrechte zu einer Strecke in einem Punkt zeichnet.



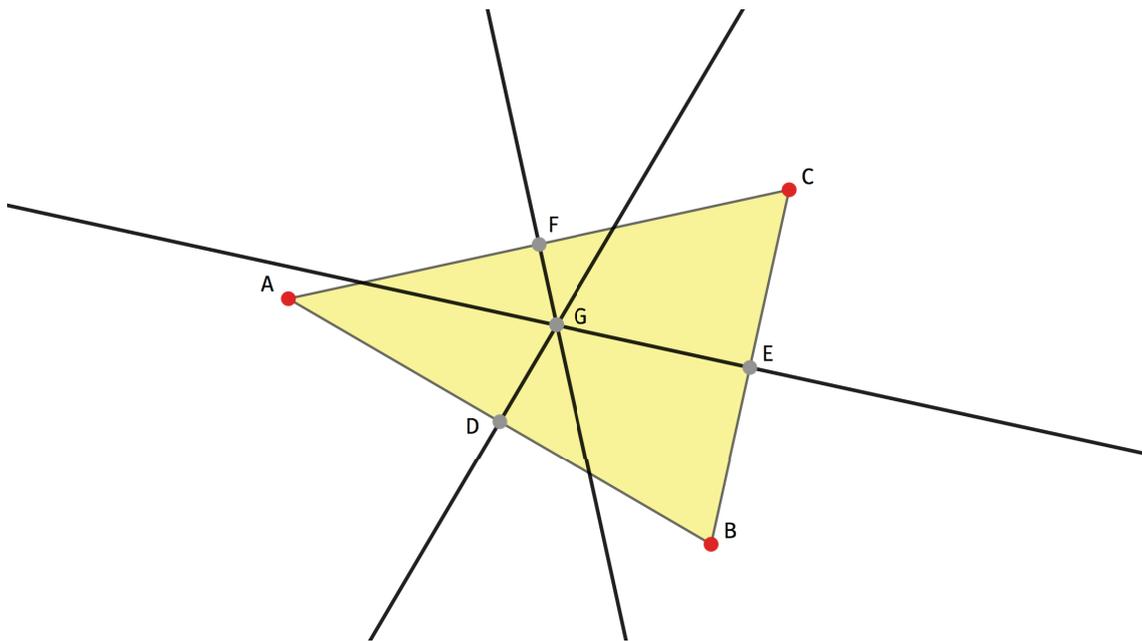
Zusätzliche Anregungen

- ▶ Zeichne den Umkreis des Dreiecks ein.
- ▶ Verändere A bzw. B so, dass der Umkreismittelpunkt auf $[AB]$ liegt.
Was gilt für den Winkel bei C?

Eigenschaften des Schnittpunkts der Mittelsenkrechten

Konstruieren

- ▶ Zeichne ein Dreieck mit seinen drei Mittelsenkrechten.
- ▶ Markiere den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.



Erkunden

- ▶ Ziehe an den Ecken und beobachte die Lage des Schnittpunkts (innerhalb oder außerhalb des Dreiecks, auf einer Dreiecksseite).
- ▶ Notiere deine Beobachtungen in Abhängigkeit von der Art des Dreiecks (spitz-, stumpf-, rechtwinklig).



Höhen im Dreieck

Höhen im Dreieck

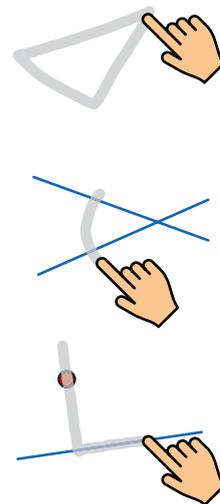
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler kennen den Begriff *Höhe* im Dreieck.
- ▶ Sie sollen experimentell feststellen, dass die Gerade von einem Eckpunkt des Dreiecks durch den Schnittpunkt der Höhen bzgl. der beiden anderen Eckpunkte des Dreiecks, ebenfalls Höhe ist. D. h. die drei Höhen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt.

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

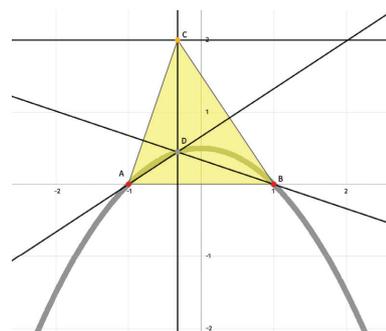
- ▶ wie man ein Dreieck zeichnet,
- ▶ wie man Winkel einzeichnet,
- ▶ wie man Senkrechte erhält,
- ▶ wie man Streckenlängen und Winkel misst.



 *Messen* > Strecke/Winkel antippen > Zeichenfläche (an einer freien Stelle) antippen, um die Messung zu platzieren.

Zusätzliche Anregungen

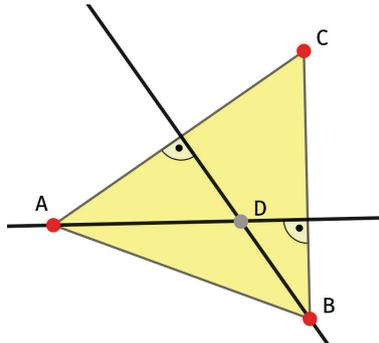
- ▶ Zeichne eine Parallele zu $[AB]$ durch C . Setze den Schnittpunkt der Höhen in den Spurmodus. Bewege C auf der Parallelen. Welche Kurve beschreibt der Höhenschnittpunkt D ?



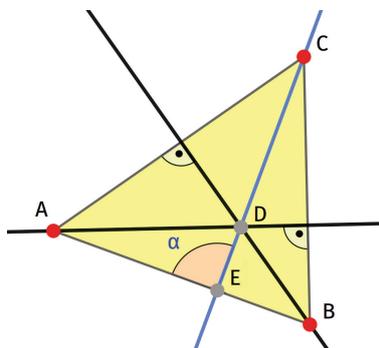
Höhen im Dreieck

Konstruieren

- ▶ Zeichne ein Dreieck ABC.
- ▶ Füge die Höhen auf die Seiten [BC] und [AC] hinzu und markiere den Schnittpunkt D.



- ▶ Zeichne eine Gerade durch C und D. Diese Gerade schneidet [AB] im Punkt E.
- ▶ Markiere den Winkel zwischen CE und [AB] und miss seine Größe.



Erkunden

- ▶ Ziehe an den Ecken des Dreiecks ABC und beobachte den Winkel zwischen CE und [AB].
- ▶ Welche Folgerung kannst du für die Gerade CE und für den Schnittpunkt D ziehen? Notiere deine Vermutungen.
- ▶ Erkunde die Lage des Schnittpunkts D in Abhängigkeit von der Art des Dreiecks (spitz-, stumpf-, rechtwinklig). Notiere deine Beobachtungen.

Höhen im Dreieck

- ▶ Welche Größe hat der Winkel zwischen der Geraden CE und der Dreiecksseite [AB]?

- ▶ Welche Eigenschaft hat die Gerade CE im Dreieck ABC?

- ▶ Welche Eigenschaft hat der Punkt D im Dreieck ABC?
Welchen Namen hat daher der Punkt D?

- ▶ Wo liegt der Punkt D, wenn das Dreieck ABC
 - ▶ spitzwinklig,

 - ▶ stumpfwinklig,

 - ▶ rechtwinklig ist?



Achsensymmetrisches Viereck
(Drachenviereck)

Achsensymmetrisches Viereck (Drachenviereck)

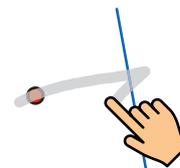
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schüler kennen unterschiedliche Vierecksformen (Rechteck, Parallelogramm, Quadrat, Raute)
- ▶ Die Schüler konstruieren ein achsensymmetrisches Viereck (Drachenviereck).
- ▶ Die Schüler erkunden Eigenschaften des Drachenvierecks (z. B. Seiten, Winkel, Diagonalen, Berührkreis).

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

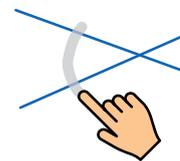
- ▶ wie man einen Punkt an einer Geraden spiegelt,



- ▶ wie man Punkte (Objekte) umbenennt,

 *Eigenschaften* > Punkt (Objekt) antippen >  *Namen ändern*

- ▶ wie man Winkel einzeichnet,



- ▶ wie man das sketchometry-Lineal verwendet,

... *Mehr* >  *Lineal* > Zeichenfläche antippen > Linealenden auf Punkte ziehen

- ▶ wie man Streckenlängen und Winkel misst.

 *Messen* > Strecken/Winkel antippen > Zeichenfläche antippen, um die Messung zu platzieren.

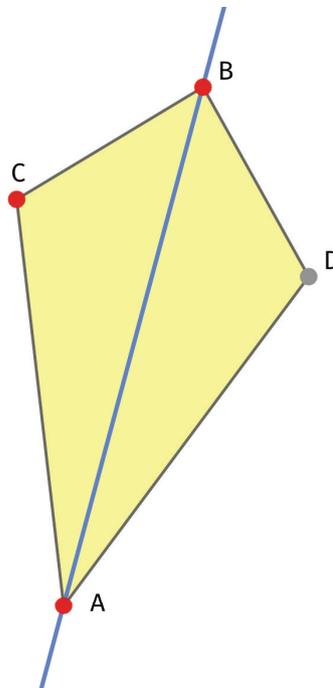
Zusätzliche Anregungen

- ▶ Durch Ziehen am Drachenviereck erzeugen die Schülerinnen und Schüler Spezialfälle (Raute, Quadrat).
- ▶ Sie erkunden Eigenschaften dieser speziellen Vierecke.

Achsensymmetrisches Viereck (Drachenviereck)

Konstruieren

- ▶ Zeichne eine Gerade durch zwei Punkte A, B.
- ▶ Wähle einen Punkt C, der nicht auf dieser Geraden liegt, und spiegle ihn an der Geraden.
- ▶ Nenne C' in D um.
- ▶ Verbinde die Punkte zu einem Viereck ADBC.



Erkunden

- ▶ Welche Eigenschaften besitzt dieses besondere Viereck? Betrachte Seiten, Winkel, Diagonalen, In- oder Umkreise. Tipp: Verwende auch Gitterlinien bzw. Messwerkzeuge.
- ▶ Notiere deine Beobachtungen und Ergebnisse (mit zugehörigen Skizzen).
- ▶ Kann dieses Viereck auch ein Parallelogramm, ein Rechteck, eine Raute, ein Quadrat sein? Versuche deine Vermutungen zu begründen.

Achsensymmetrisches Viereck (Drachenviereck)

- ▶ Miss Seitenlängen und Winkel des Drachenvierecks.
Welche Vermutungen hast du aufgrund deiner Messungen?

- ▶ Erwinnere dich an die Eigenschaften der Achsenspiegelung.
Diese Kenntnisse helfen dir, deine Vermutungen zu begründen.

- ▶ Zeichne die fehlende Diagonale ein.
Welche Eigenschaften besitzen die Diagonalen?

- ▶ Besitzt das Drachenviereck einen In- oder Umkreis?



Das Mittenviereck eines
Drachenvierecks

Das Mittenviereck eines Drachenvierecks

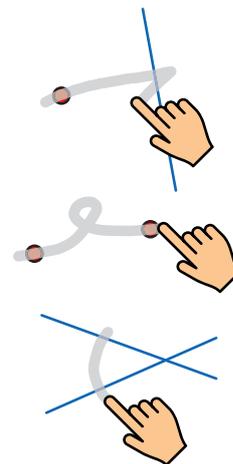
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler kennen das Drachenviereck und können es konstruieren.
- ▶ Die Schülerinnen und Schüler erzeugen die Mittelpunkte der Seiten eines Drachenvierecks und untersuchen das neue Viereck.
- ▶ Die Schülerinnen und Schüler begründen, dass dieses Viereck ein Rechteck ist.

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man einen Punkt an einer Geraden spiegelt,
- ▶ wie man den Mittelpunkt einer Strecke findet,
- ▶ wie man Winkel einzeichnet,
- ▶ wie man Streckenlängen misst.



 Messen > Strecken antippen > Zeichenfläche antippen, um die Messung zu platzieren.

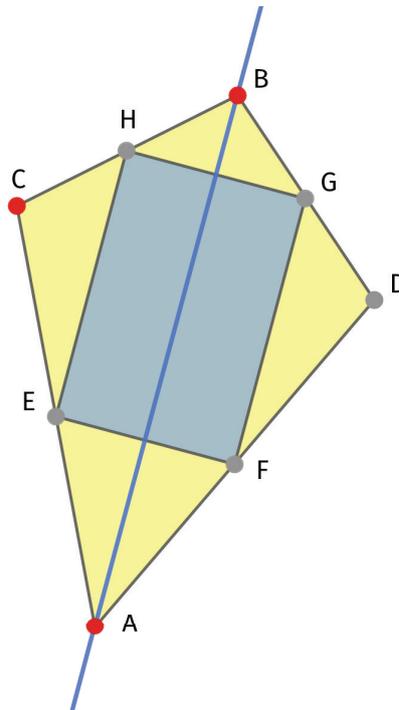
Zusätzliche Anregungen

- ▶ Bei welchen Vierecken (außer den Drachenvierecken) stehen ebenfalls die Diagonalen aufeinander senkrecht?
- ▶ Konstruiere bei diesen Vierecken ebenfalls das Mittenviereck.
- ▶ Verallgemeinerung: Stehen die Diagonalen eines Vierecks aufeinander senkrecht, so ist das zugehörige Mittenviereck ein Rechteck.

Das Mittenviereck eines Drachenvierecks

Konstruieren

- ▶ Konstruiere ein Drachenviereck $ADBC$.
- ▶ Erzeuge die Mittelpunkte der Seiten des Drachenvierecks.
- ▶ Verbinde diese Mittelpunkte, so dass ein Mittenviereck entsteht.



Erkunden

- ▶ Verändere durch Ziehen an einem Eckpunkt das Drachenviereck und beobachte dabei das Mittenviereck. Welche spezielle Form hat es?
- ▶ Notiere deine Vermutung und schreibe eine Begründung.
- ▶ Hat nur das Mittenviereck eines Drachen diese Eigenschaft? Experimentiere mit anderen Vierecksformen und schreibe deine Vermutungen auf. Versuche die Vermutungen zu begründen.

Das Mittenviereck eines Drachenvierecks

- ▶ Welche spezielle Form hat das Mittenviereck des Drachenvierecks?
Notiere deine Vermutung.

- ▶ Zur Begründung zeichne die fehlende Diagonale des Drachenvierecks ein.
Betrachte nun die Dreiecke CDB und DCA bzw. die Dreiecke ABC und BAD.
Schreibe eine Begründung deiner Vermutung auf.

- ▶ Gibt es andere Vierecksformen, deren Mittenviereck die gleiche Form wie
das Mittenviereck des Drachenvierecks besitzt?



Mittenviereck

Mittenviereck

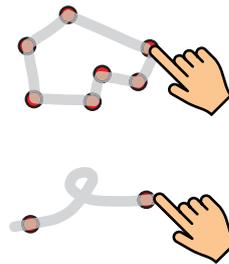
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler kennen unterschiedliche Vierecksformen, wie Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Drachenviereck.
- ▶ Die Schülerinnen und Schüler konstruieren die Mittelpunkte der Seiten eines Vierecks und untersuchen das Mittenviereck.
- ▶ Die Schülerinnen und Schüler begründen, dass dieses Viereck ein Parallelogramm ist.

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man ein Viereck/Polygon zeichnet,
- ▶ wie man den Mittelpunkt einer Strecke findet,
- ▶ wie man das Gitter einschaltet.



 Eigenschaften >  Zeige Gitter

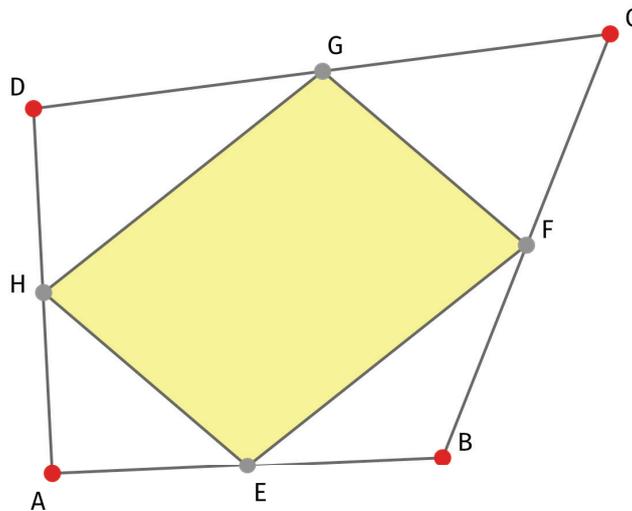
Zusätzliche Anregungen

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler vergleichen dieses Ergebnis mit dem Mittenviereck eines Drachens.
- ▶ Die Schülerinnen und Schüler untersuchen bei weiteren Vierecksformen das jeweilige Mittenviereck.

Mittenviereck

Konstruieren

- ▶ Wähle vier beliebige Punkte und verbinde sie zu einem Viereck.
- ▶ Erzeuge die Mittelpunkte der Seiten des Vierecks.
- ▶ Verbinde diese Mittelpunkte, so dass ein Mittenviereck entsteht.



Erkunden

- ▶ Verändere durch Ziehen an einem Eckpunkt das Viereck und beobachte dabei das Mittenviereck. Welche spezielle Form hat es?
Notiere deine Vermutung. Zeichne als Hilfslinien die Vierecksdiagonalen ein und begründe deine Vermutung.
- ▶ Blende Gitterlinien ein. Erzeuge spezielle Vierecksformen, indem du die Eckpunkte des Vierecks auf Gitterpunkte legst. Welche Mittenvierecke entstehen?
Notiere deine Ergebnisse mit Skizzen und Begründungen.

Mittenviereck

- ▶ Welche spezielle Form hat das Mittenviereck eines allgemeinen Vierecks?
Notiere deine Vermutung.

- ▶ Zeichne die Diagonalen des Vierecks ein und betrachte die Dreiecke ACD und CAB bzw. die Dreiecke DBC und BDA.
Schreibe eine Begründung auf.

- ▶ Erzeuge mithilfe der Gitterlinien spezielle Vierecksformen wie Quadrat, Raute, Parallelogramm, Rechteck.
Welche Form haben jeweils die Mittenvierecke?



Satz des Pythagoras entdecken

Satz des Pythagoras entdecken

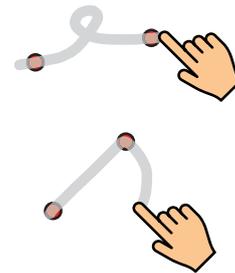
Voraussetzungen und Ziele

- ▶ Die Schülerinnen und Schüler kennen den Satz des Thales und können mit dessen Hilfe ein rechtwinkliges Dreieck konstruieren.
- ▶ Sie sollen die *Pythagoras-Konfiguration* konstruieren (Quadrate über den Seiten des rechtwinkligen Dreiecks).
- ▶ Sie sollen experimentell (durch Messen) feststellen, dass die Summe der Flächen der beiden Quadrate über den Katheten gleich der Fläche des Quadrats über der Hypotenuse ist.

sketchometry

Die Schülerinnen und Schüler sollen wissen,

- ▶ wie man den Mittelpunkt einer Strecke erzeugt,
- ▶ wie man einen Kreis zeichnet, wenn Mittelpunkt und ein Punkt auf der Kreislinie gegeben sind,
- ▶ wie man ein Quadrat über einer Strecke zeichnet,



... Mehr >  Reg.Pol. > Anfangs- und Endpunkt der Strecke antippen

- ▶ wie man Flächen misst und Flächen addiert,

 Messen > Fläche(n) antippen > Zeichenfläche antippen, um die Messung zu platzieren.

- ▶ wie man einen Gleiter von einer Kreislinie löst.

Gleiter antippen und halten (5 Sek.) > Gleiter auf freie Stelle bewegen

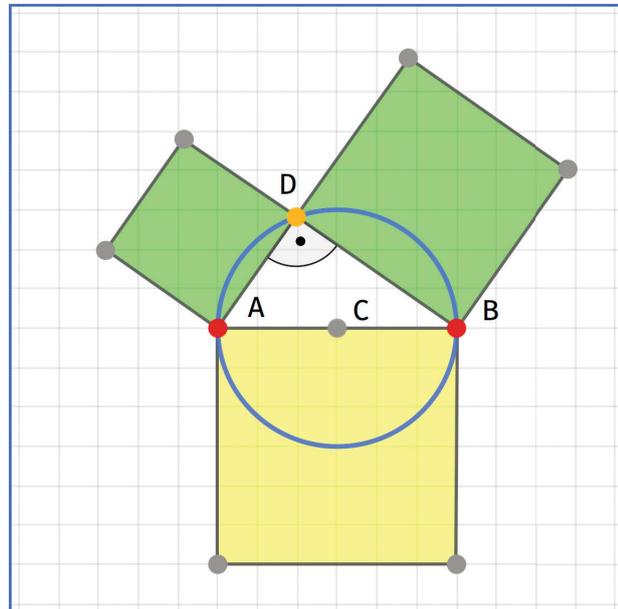
Zusätzliche Anregungen

- ▶ Löse den Punkt D vom Thaleskreis. Dreieck ABD wird spitz- bzw. stumpfwinklig.
- ▶ Wie ändert sich die Beziehung zwischen den Quadratflächen?

Satz des Pythagoras entdecken

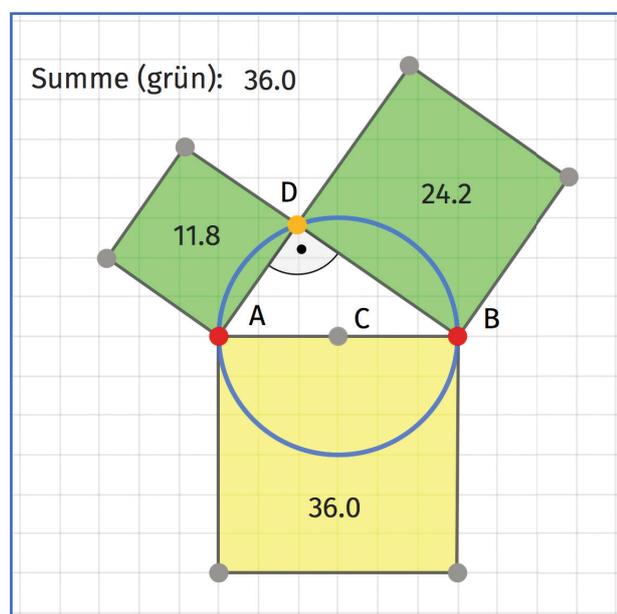
Konstruieren

- ▶ Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck ABD: Hypotenuse [AB]; Punkt D als Gleiter auf dem Thaleskreis über [AB].
- ▶ Errichte über den Dreiecksseiten jeweils Quadrate.
- ▶ Miss die Flächeninhalte der einzelnen Quadrate sowie die Summe der Flächeninhalte der beiden Kathetenquadrate.



Erkunden

- ▶ Was fällt dir beim Vergleich der Flächen auf, wenn D auf der Kreislinie wandert? Verändere auch A oder B. Formuliere eine Vermutung.
- ▶ Befreie den Punkt D von der Kreislinie und bewege ihn jetzt außerhalb bzw. innerhalb des Kreises. Vergleiche wieder die Summe der grünen Flächen mit der gelben Fläche und notiere deine Beobachtungen.



Satz des Pythagoras entdecken

- ▶ Was fällt dir beim Vergleich der Flächen auf, wenn du den Punkt D auf der Kreislinie bewegst?

- ▶ Verändere die Lage der Punkte A und/oder B. Bewege wieder D auf der Kreislinie. Was fällt dir auf?

- ▶ Formuliere eine Vermutung über den Zusammenhang der Flächen der Quadrate über den Dreiecksseiten.

- ▶ Was fällt dir bei dem Vergleich der Flächen auf, wenn der Punkt D innerhalb des Kreises liegt?

- ▶ Was fällt dir bei dem Vergleich der Flächen auf, wenn der Punkt D außerhalb des Kreises liegt?

Literatur

- ▶ Baptist, Peter; Miller, Carsten; Raab, Dagmar (Eds.):
Towards New Teaching in Mathematics. Part I.
Universität Bayreuth, Bayreuth, 2012
- ▶ Baptist, Peter: Was sind dynamische Arbeitsblätter?
In: Baptist, Peter (Hrsg.): Lernen und Lehren mit dynamischen
Arbeitsblättern.
Friedrich-Verlag, Velber 2004
- ▶ Ehmann, Matthias; Miller, Carsten: Geometrie mit dem Finger:
sketchometry.
In: mathematik lehren Nr. 185 – Der rechte Winkel.
Friedrich Verlag, Seelze, 2014



Arbeitsblätter
sketchometry